

Informatik IV
Algorithmen und Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2008
Übungen – Blatt 10

Abgabe: bei Ihrem Tutor in der Woche vom 30.06.2008 bis 04.07.2008

Aufgabe 1 (10 Punkte). Betrachten Sie RandQS.

1. Geben Sie eine Implementierung (Pseudo-Code) des Algorithmus an.
2. Arbeiten Sie die Analyse des worst case Verhaltens von RandQS aus. Zeigen Sie, dass die erzielte obere Schranke scharf ist.
3. Zeigen Sie, dass sich das Ergebnis der Analyse von RandQS nicht verschlechtern würde, wenn die Annahme, dass Schlüssel nicht doppelt vorkommen, nicht erfüllt wäre.

Können Sie den Algorithmus aus der ersten Teilaufgabe direkt übernehmen oder muss dieser für diesen Fall angepasst werden? Wie wirkt sich eine Anpassung auf die Analyse aus?

Aufgabe 2 (10 Punkte). Vergleichen Sie Quicksort mit Mergesort. Können Sie den zusätzlichen Speicherplatz, den Mergesort benötigt, minimieren? Wieviel Platz brauchen Sie mindestens?

Aufgabe 3 (* 20 Punkte). Bezeichne MAX-E3SAT folgendes Problem.

Gegeben: Boolescher Ausdruck $\alpha(x)$ in konjunktiver Normalform für den gilt, dass jede Klausel aus exakt drei Literalen besteht.

Gesucht: Eine Belegung, die die Anzahl der erfüllten Klauseln maximiert.

1. Entwickeln Sie einen randomisierten Approximationsalgorithmus, der eine Belegung berechnet, für die gilt, dass durchschnittlich $\frac{7}{8}$ -tel so viele Klauseln erfüllt werden, wie bei einer optimalen Lösung.

Hinweis: Verwenden Sie dazu einen Monte-Carlo-Algorithmus der eine Belegung der Variablen mit der gewünschten Eigenschaft erzeugt. Betrachten Sie dazu eine einzelne Klausel. Wieviele mögliche Belegungen gibt es für die drei darin vorkommenden Literale? Wieviele davon würden die Klausel nicht erfüllen?

2. Betrachten Sie das Entscheidungsproblem zu MAX-E3SAT:
Gegeben: Bool'scher Ausdruck $\alpha(x)$ in konjunktiver Normalform für den gilt, dass jede Klausel aus exakt drei Literalen besteht und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.
Gesucht: Gibt es eine Belegung x , so dass in $\alpha(x)$ genau k Klauseln erfüllt werden?
Zeigen Sie, dass dieses Entscheidungsproblem NP-vollständig ist.

□